

CONSTRUCTAL DESIGN DE CAMINHOS CONDUTIVOS NÃO UNIFORMES EM FORMA DE “T” PARA A REFRIGERAÇÃO DE CORPOS GERADORES DE CALOR

CÁSSIA CRIS BECKEL¹, LIÉRCIO ANDRÉ ISOLDI², ELIZALDO DOMINGUES DOS SANTOS³, LUIZ ALBERTO OLIVEIRA ROCHA⁴

RESUMO

Este estudo numérico utiliza o método *Constructal Design* para reduzir os pontos quentes de um sistema com geração de calor uniforme por unidade de volume através da transferência de calor por condução. A ideia é facilitar o acesso do fluxo de calor através de uma via em forma de “T” empregando condutividades térmicas não uniformes para a base e topo do T. A função objetivo consiste em minimizar o excesso de temperatura máxima adimensional de todo o sistema (materiais de alta e de baixa condutividade térmica). A configuração do sistema pode variar sujeita à duas restrições: o volume total e o volume das vias de alta condutividade. Materiais de várias condutividades e frações de áreas são estudados. Os resultados mostram a aplicabilidade do *Constructal Design* para a melhoria do desempenho térmico do sistema. Para o valor de condutividade térmica elevada a melhor geometria tende para uma forma de I (isto é, a parte superior, tende a diminuir, tornando-se semelhante à base). A otimização de um grau de liberdade reduziu em 18% o excesso de temperatura da melhor configuração quando ela é comparada com a pior configuração.

PALAVRAS-CHAVES: CONSTRUCTAL DESIGN. CONDUÇÃO DE CALOR. CAMINHOS EM FORMA DE “T”.

CONSTRUCTAL DESIGN OF NON-UNIFORM T-SHAPED CONDUCTIVE PATHWAYS FOR COOLING HEAT GENERATING BODIES

ABSTRACT

This numerical study uses Constructal Design method to reduce the hot spots of a system which generates uniform heat per unit of volume through heat transfer by conduction. The idea is to facilitate the access of the heat flux through T-shaped employing non-uniform thermal conductivity to the base and top of the T. The aim is to minimize the dimensionless maximal excess of temperature of the whole system (high and low conductivity material). The shape of the system can vary subject to two constraints: the total volume and the volume of the high conductivity pathways. Material of several conductivities and volume fractions are studied. Results showed

¹Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica – UFRGS. Mestre em Modelagem Computacional. Email: cassia.beckel@ufrgs.br

²Escola de Engenharia – FURG. Doutor em Engenharia Mecânica. Email: liercioisoldi@furg.br

³Escola de Engenharia – FURG. Doutor em Engenharia Mecânica. Email: elizaldodosantos@furg.br

⁴Departamento de Engenharia Mecânica – UFRGS. Doutor em Engenharia Mecânica. Email: luizrocha@mecanica.ufrgs.br

the applicability of Constructal Design for improvement of the thermal performance of the system. For the value of high thermal conductivity the best geometry tends to a I-shaped (i.e., the upper part tends to decrease, becoming similar base). The optimization of one degree of freedom reduced 18% the excess of temperature of the best configuration when it is compared with the worst configuration.

KEY WORDS: CONSTRUCTAL DESIGN. HEAT CONDUCTION. T-SHAPED PATHWAYS.

1. INTRODUÇÃO

Com o desenvolvimento acelerado da tecnologia e da indústria moderna, a importância em aperfeiçoar as técnicas de transferência de calor tornou-se mais notável do que em qualquer momento. Vários estudos têm sido desenvolvidos a fim de diminuir a temperatura de uma superfície com geração de calor, utilizando-se apenas o mecanismo de difusão de calor. O desempenho global do sistema é significativamente afetado com a refrigeração dos dispositivos eletrônicos, assim como pela própria segurança do sistema. Problemas de refrigeração de eletrônicos (componentes e pacotes), cujo objetivo é minimizar a temperatura máxima em um determinado volume finito, considerando o calor gerado em cada ponto têm sido amplamente estudados na literatura por Bejan [1] e Boichot; Luo; Fan [3]. Os dados estatísticos mostram que 55% dos dispositivos reais falham por causa da elevada temperatura e esta porcentagem aumenta exponencialmente com o aumento da temperatura [6, 8].

O método convencional de resfriamento por convecção, muitas vezes utilizado para controlar a temperatura de um sistema, pode tornar-se inviável porque os canais de transferência de calor ocupam muito espaço. Por isso, é necessário construir estruturas de condução de calor com materiais de elevada condutividade ligados ao ambiente externo que atuará como um sumidouro de calor [1]. A Lei *Constructal* pode ser concebida como uma generalização de uma tendência de todas as coisas fluírem ao longo de caminhos de resistência mínima: natureza e engenharia estão unidas na busca por uma melhor arquitetura de fluxo. Esta lei tem sido utilizada para diversas aplicações em todos os domínios da geração da forma e evolução, da biologia e da física, para a organização social, para a evolução da tecnologia, sustentabilidade e engenharia [1, 2, 4].

O problema da condução de calor relacionado com dois materiais em uma montagem foi estudado por [4, 5]. Os resultados confirmaram as vantagens da estrutura em forma de árvore. Eles concluíram que o tempo para arrefecimento por condução de um volume pode ser minimizado fazendo alterações apropriadas na forma exterior do volume, de modo que o tempo de arrefecimento seja mínimo e que seja distribuída otimamente uma quantidade finita de material de alta condutividade através do volume, a fim de facilitar a retirada de calor pelo dissipador. Nessa mesma direção, o presente trabalho utiliza o método *Constructal Design* para realizar um estudo numérico e obter a configuração que facilita o fluxo de calor por condução a partir de uma placa com geração de calor para o ambiente, utilizando um caminho de alta condutividade térmica em forma de “T” ligado a um ponto de baixa temperatura (dissipador). O volume elementar quadrado gera calor uniformemente por unidade de volume, e é arrefecido por um dissipador de calor a temperatura T_0 situado na borda inferior do dispositivo. As áreas ocupadas pelos materiais de alta e baixa condutividades são mantidas constantes.

2. MODELO MATEMÁTICO

Considere o corpo condutor mostrado na FIGURA 1. A configuração é bidimensional, com a terceira dimensão (W) suficientemente longa em comparação com a altura (H) e o comprimento (L) do volume total. Existem vias em forma de “T” de um material com condutividade térmica elevada (k_{p0}) na base e (k_{p1}) na parte superior, inseridas no corpo com menor condutividade térmica (k). O corpo sólido gera calor uniformemente a taxa volumétrica q''' (Wm^{-3}). As superfícies exteriores do corpo são perfeitamente isoladas. A corrente de calor gerada q'' (AW) é removida pelos dissipadores de calor localizados na borda do corpo à temperatura T_0 .

O presente trabalho consiste em calcular o excesso de temperatura adimensional máxima $(T_{\max} - T_0)/(q''' A/k)$ e observar o que a geometria $(L_1/L_0, D_0/L_0$ e $\tilde{D}_0)$ facilita a remoção do calor. Para esse problema, a busca pode ser submetida a duas restrições de área. A restrição da área total,

$$A = HL \quad (1)$$

e a restrição da área ocupada pelos materiais de alta condutividade,

$$A_p = A_{p0} + A_{p1} \quad (2)$$

sendo que,

$$A_{p0} = L_0 D_0 \quad (3)$$

$$A_{p1} = 2L_1 D_1 \quad (4)$$

As frações de área, ϕ_0 e ϕ_1 são expressas, respectivamente por:

$$\phi_0 = \frac{A_{p0}}{A} \quad (5)$$

$$\phi_1 = \frac{A_{p1}}{A} \quad (6)$$

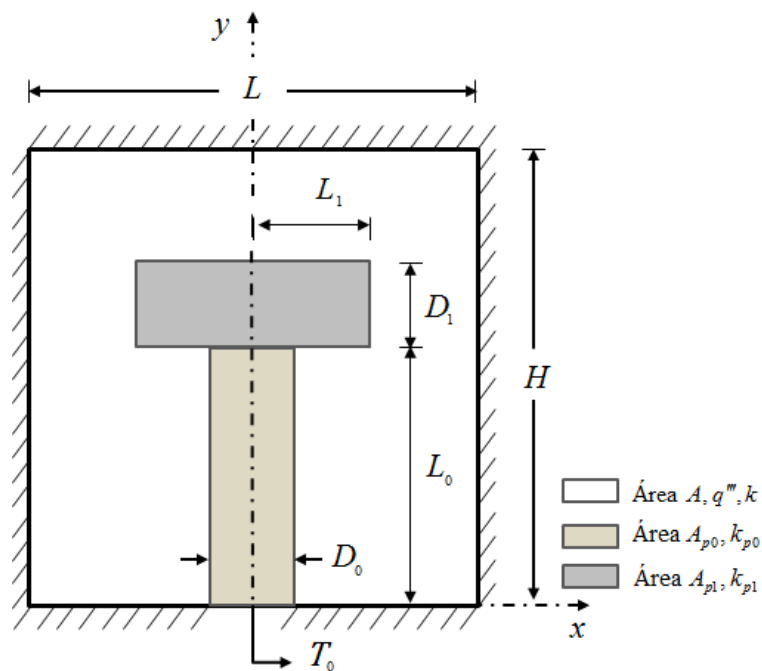


Figura 1: Áreas do domínio com diferentes valores de condutividade térmica e principais dimensões para o corpo altamente condutivo a ser analisado.

A análise que proporciona o excesso de temperatura máxima em função da geometria consiste em resolver numericamente a equação de condução com geração

de calor constante ao longo da região de menor condutividade térmica "k" (região branca da FIGURA 1) (Equação 7):

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{y}^2} + 1 = 0 \quad (7)$$

e a condução de calor constante, sem geração de calor na região em forma de "T" constituída pelo material de alta condutividade térmica conforme mostrado na FIGURA 1 (Equação 8):

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{y}^2} = 0 \quad (8)$$

As outras superfícies são isoladas e a condições de contorno é dada por:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tilde{n}} = 0 \quad (9)$$

onde "n" é a coordenada corresponde nas quatro superfícies isoladas.. Com as variáveis adimensionais descritas como:

$$\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{L}, \tilde{H}, \tilde{D}_0, \tilde{L}_0, \tilde{D}_1, \tilde{L}_1 = \frac{x, y, L, H, D_0, L_0, D_1, L_1}{\sqrt{A}} \quad (10)$$

Para a região em contato com o dissipador de calor $(-\tilde{D}_0/2 \leq \tilde{x} \leq \tilde{D}_0/2; \tilde{y} = 0)$, a condição de contorno é dada por uma temperatura constante:

$$\theta_0 = 0 \quad (11)$$

As formas adimensionais das Equações (5) e (6) são, respectivamente:

$$\phi_0 = \tilde{L}_0 \tilde{D}_0 \quad (12)$$

$$\phi_1 = 2\tilde{L}_1 \tilde{D}_1 \quad (13)$$

O excesso de temperatura máxima adimensional (θ_{\max}), é definido como na Equação 14:

$$\theta_{\max} = \frac{T_{\max} - T_0}{q''' A/k} \quad (14)$$

Com o problema totalmente formulado e a geometria definida, a resistência térmica pode ser calculada com os parâmetros estabelecidos, variando o grau de liberdade determinado para o problema.

3. MODELO NUMÉRICO

O modelo numérico foi inicialmente desenvolvido para uma configuração inicial com a forma de “T” onde o valor de $k_{p0} = k_{p1}$. A função definida pela Equação (14) pode ser determinada pela solução numérica da condução do calor dada pelas Equações (7) e (8) para o campo de temperatura em cada configuração assumida, dependendo do grau de liberdade fixado. A malha apropriada foi determinada através da realização de refinamentos sucessivos, aumentando o número de elementos até que o critério $\left| \frac{(\theta_{\max}^j - \theta_{\max}^{j+1})}{\theta_{\max}^j} \right| < 1,0 \times 10^{-4}$ seja satisfeito, onde θ_{\max}^j representa o excesso de temperatura máxima adimensional calculado utilizando o tamanho de malha atual, e θ_{\max}^{j+1} corresponde ao excesso de temperatura máxima usando a malha seguinte, onde o número de elementos foi aumentado em quatro vezes. Para determinar a solução numérica das equações de condução do calor é utilizado um código de elementos finitos, com base em elementos triangulares, desenvolvido em ambiente MATLAB® [7], mais precisamente a ferramenta PDETool (equações diferenciais parciais). A TABELA 1 apresenta a independência de malha realizada considerando $k_{p0} = k_{p1}$. Os seguintes resultados foram obtidos usando um intervalo entre 800 e 230.000 elementos triangulares, gerando uma malha não uniforme.

Tabela 1. Teste para encontrar os resultados numéricos independentes do número de elementos da malha com um caminho condutivo em forma de T.

Número de elementos	θ_{\max}^j	$\left \frac{(\theta_{\max}^j - \theta_{\max}^{j+1})}{\theta_{\max}^j} \right $
888	0,147176	$1,2230 \times 10^{-3}$
3.552	0,147356	$5,0219 \times 10^{-4}$

14.208	0,147430	$2,0349 \times 10^{-4}$
56.832 *	0,147460	$8,8160 \times 10^{-5}$
227.328	0,147473	-

* malha independente

A TABELA 1 mostra um exemplo de teste para encontrar a malha ideal que será utilizada para as simulações numéricas. Os parâmetros utilizados para obter os resultados mostrados na TABELA 1 são os seguintes: $\phi = 0,1$, $\phi_1 = 0,02$, $D_0/L_0 = 0,3$, $L_1/L_0 = 0,9$ e $k_{p0} = k_{p1} = 100$.

A malha considerada ideal para este exemplo de independência de malha proposto é composta por 56.832 elementos triangulares, que representam três refinamentos consecutivos, sendo a mesma adotada para todos os casos estudados. A validação do método numérico é mostrada com detalhes por Horbach et al. [5].

4. RESULTADOS

No presente estudo é realizada a análise de uma configuração composta por dois materiais de alta condutividade em forma de "T", onde a condutividade térmica da base, k_{p0} é diferente da condutividade térmica da parte superior, k_{p1} , conforme mostrado na FIGURA 1. Em dois casos foram testados pares de condutividades iguais para todo o caminho condutivo em forma de T. Inicialmente, buscou-se descobrir qual a melhor combinação de valores das condutividades e se o melhor seria uma maior condutividade na base ou na parte superior da geometria. Para tanto foram testadas quatro combinações e as curvas de excesso de temperatura em função do grau de liberdade L_1/L_0 para as condutividades específicas que estão representadas na FIGURA 2.

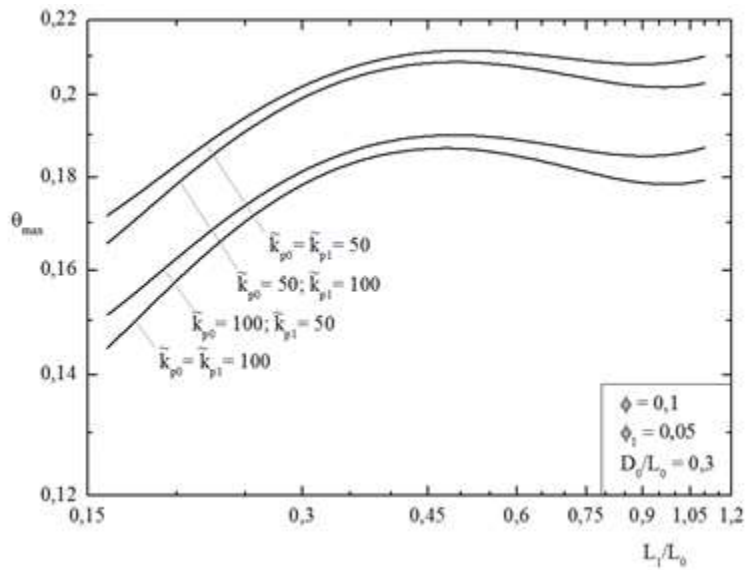


Figura 2. Comportamento da resistência térmica em função do parâmetro L_1/L_0 para diferentes pares de condutividade térmica.

Na FIGURA 3, é avaliado o comportamento da resistência térmica de cinco diferentes valores de ϕ_1 em função da razão de aspecto L_1/L_0 considerando $k_{p0} = 100$ e $k_{p1} = 50$. Os resultados obtidos demonstram que o pior desempenho é obtido quando $\phi_1 = 0,03$ e o melhor desempenho é obtido quando $\phi_1 = 0,05$, resultando na minimização da temperatura adimensional máxima da geometria estudada. Na FIGURA 3 pode-se observar que o comportamento da resistência térmica adimensional varia de acordo com a fração de área ϕ_1 e à medida que essa fração aumenta, temos o melhor desempenho térmico com os mínimos globais localizados no lado esquerdo.

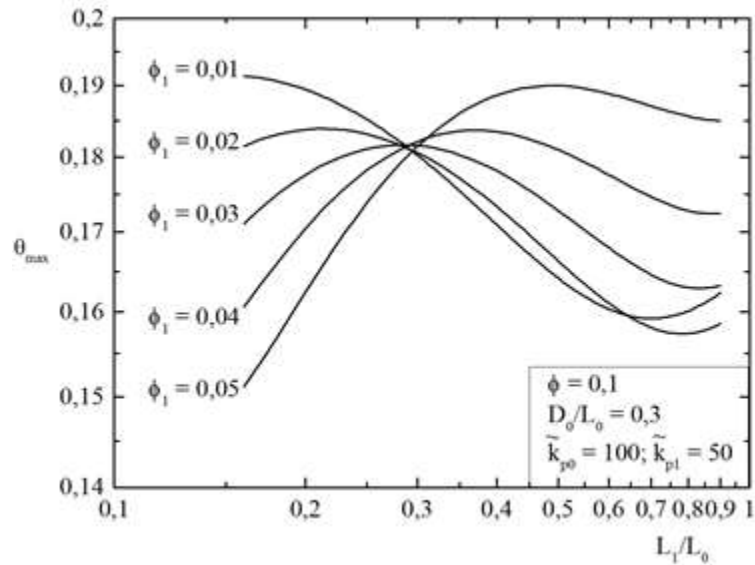
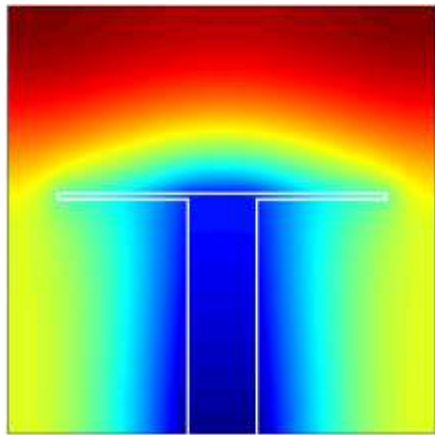


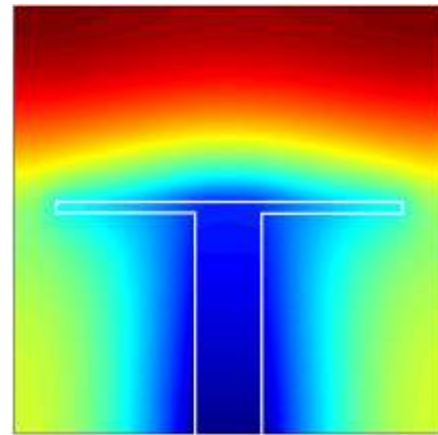
Figura 3. Comportamento da resistência térmica em função do parâmetro L_1/L_0 para diferentes valores de ϕ_1 .

Na FIGURA 4 é possível observar os caminhos condutivos ótimos em forma de “T” para diversos valores de ϕ_1 obtidos na FIGURA 3. Os resultados mostram que não há uma forma universal “T” ou “I” que minimiza o excesso de temperatura, isto é, a configuração ótima depende do valor de ϕ_1 . As FIGURAS 4(a) até 4(e) mostram como essa geometria evolui de “T” para “I”, obtendo o excesso de temperatura adimensional mínimo ($\theta_{\max,m}$) para o caminho condutivo em forma de “I” com $(L_1/L_0)_o = 0,16$ e $\theta_{\max,m} = 0,151127$.

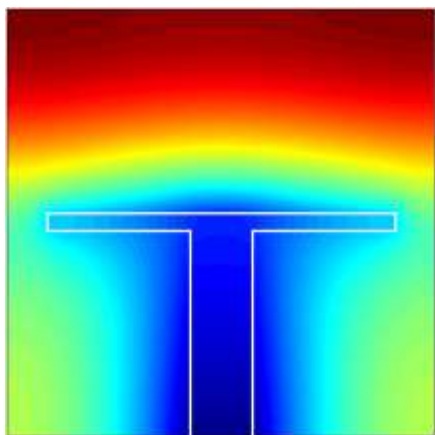
Note-se, ainda, na FIGURA 4 (e) uma distribuição bastante homogênea do campo de temperaturas com dois pontos de máxima temperatura localizados nos cantos superiores do domínio do sólido, de modo que se comparado com a FIGURA 4(a) pode-se observar uma distribuição mais uniforme dos pontos quentes no caso da melhor geometria, isto é, os pontos quentes são distribuídos não somente na parte superior do domínio, mas também nas laterais.



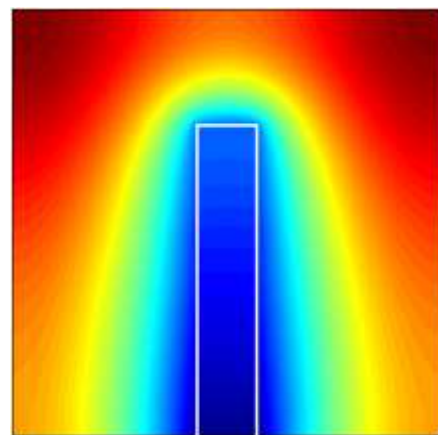
(a) ótima configuração para $\phi_1 = 0,01$,
 $(L_1/L_0)_o = 0,7$ e $\theta_{\max} = 0,159194$



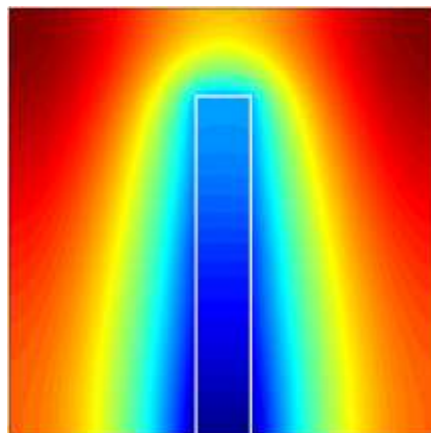
(b) ótima configuração para $\phi_1 = 0,02$,
 $(L_1/L_0)_o = 0,78$ e $\theta_{\max} = 0,157336$



(c) ótima configuração para $\phi_1 = 0,03$,
 $(L_1/L_0)_o = 0,84$ e $\theta_{\max} = 0,162878$



(d) ótima configuração para $\phi_1 = 0,04$,
 $(L_1/L_0)_o = 0,16$ e $\theta_{\max} = 0,160600$



(e) ótima configuração para $\phi_1 = 0,05$, $(L_1/L_0)_o = 0,16$ e $\theta_{\max,m} = 0,151127$

Figura 4. Configurações ótimas obtidas na FIGURA 3

$(D_0/L_0 = 0,3, \phi = 0,1, k_{p0} = 100, k_{p1} = 50)$.

4. CONCLUSÃO

Este trabalho aplicou o método *Constructal Design* para obter a configuração que minimiza o desempenho de vias condutoras em forma de “T” de um material de alta condutividade incorporado no corpo de menor condutividade, que gerava calor uniformemente a uma taxa volumétrica. O resfriamento do sistema deu-se a partir do contato do material de alta condutividade em uma região das bordas que foi mantida à temperatura constante. As superfícies exteriores do sólido foram perfeitamente isoladas. Considerou-se uma condutividade térmica diferente da área em “T”, de modo que a base do “T” tivesse um valor de condutividade térmica k_{p0} e a parte superior uma condutividade térmica de valor k_{p1} . Dessa forma, foi possível estudar qual região seria predominante na troca térmica, ocasionando assim economia na escolha dos materiais. A configuração que resultou no melhor desempenho térmico possuía a condutividade da base e do topo do caminho condutivo iguais, reduzindo em cerca de 18% a resistência térmica máxima adimensional para os casos testados. A configuração em que a condutividade térmica da base, k_{p0} , foi maior que a condutividade da parte superior, k_{p1} , também resultou em um desempenho térmico melhor do que se comparado com o caso em que a condutividade da base foi inferior a do topo.

Os resultados mostraram que não há uma configuração universal que seja sempre melhor, isto é, a forma em “T” teve melhor desempenho para $\phi_1 = 0,01, 0,02$ e $0,03$, enquanto que a forma em “I” foi melhor para $\phi_1 = 0,04$ e $0,05$. Note-se, ainda, que a configuração ótima em “I” para $\phi_1 = 0,05$ teve melhor desempenho que a ótima configuração para $\phi_1 = 0,01$, isto é, material de alta condutividade térmica pode ser economizado utilizando a configuração ótima “I” para $\phi_1 = 0,05$. Este resultado confirma a importância da geometria no desempenho de sistemas térmicos.

Finalmente, este trabalho mostrou que a ótima geometria é aquela que melhor distribui as imperfeições, isto é, os pontos quentes (pontos de temperatura máxima) o que está de acordo com o princípio *Constructal* da ótima distribuição das imperfeições.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] BEJAN, A. **Shape and structure, from engineering to nature**. Cambridge. Ed. Cambridge University Press, 2000.
- [2] BEJAN, A.; LORENTE, S. Constructal law of design and evolution: Physics, biology, technology, and society. **Journal of Applied Physics**, v. 113, p. 151301, 2013.
- [3] BOICHOT, R.; LUO, L.; FAN Y. Tree-network structure generation for heat conduction by cellular automaton. **Journal Energy Conversion and Management**, v.50, p. 376-386, 2009.
- [4] DAN, N.; BEJAN, A., Constructal tree networks for the time-dependent discharge of finite-size volume to one point. **Journal of Applied Physics**, v. 84, p. 3042-3050, 1998.
- [5] HORBACH, C. S.; DOS SANTOS, E. D.; ISOLDI, L. A.; ROCHA, L. A. O. Constructal design of Y-shaped pathways for cooling a heat-generating body. **Defect and diffusion forum**, v. 348, p. 245-260, 2014.
- [6] LIU, M. A.; DONG, Q. X.; CHEN, S., Investigation on thermal design for opening cabinet of electronic equipment by numerical simulation. **Journal of Air Force Engineering University**, v. 6, p. 62-65, 2005.
- [7] MatLab®. MATLAB & Simulink release notes for R2010a [CD-ROM]. Version 7.10.0. Natick, The MathWorks Inc., 2010.
- [8] QI, Y. Q.; HE, Y. L.; ZHANG, W. Thermal analysis and design of electronic equipments. **Modern Electronic Technology**, v. 144, p. 73-76, 2003.

AGRADECIMENTOS

L.A.O. Rocha e C. C. Beckel agradecem o suporte financeiro do CNPq, Brasília, DF.